

H26 年金数理人会試験解答

pseudomathematician

平成 30 年 10 月 13 日

問題 1.(E)

$${}_t p_{35} = e^{-\int_0^t \mu_{35+s} ds} = \sqrt{\frac{65-t}{65}} \text{ より, } {}_5 p_{35} = \sqrt{\frac{12}{13}}.$$

問題 2.(A)

$P(T < t) = 1 - e^{-ct}$ より, T の確率密度関数は ce^{-ct} .

よって,

$$\begin{aligned} V(v^T) &= V(e^{-\delta T}) = E(e^{-\delta 2T}) - E(e^{-\delta T})^2 \\ &= \int_0^\infty ce^{(-2\delta-c)t} dt - \left(\int_0^\infty ce^{(-\delta-c)t} dt \right)^2 \\ &= \frac{c}{c+2\delta} - \frac{c^2}{(c+\delta)^2}. \end{aligned}$$

問題 3.(D)

$$\ddot{a}_{x+1}^{(6)} = \frac{\ddot{a}_x - 1}{vp_x} + \frac{5}{12} = \frac{\ddot{a}_x^{(6)} - \frac{5}{12} - 1}{vp_x} + \frac{5}{12} = 17.17056.$$

問題 4.(C)

計算を簡単にするため, 退職金原資を 100 とする.

	変更前 (4.0%)	変更後 (2.0%)
基本 年金額	$\frac{50}{\ddot{a}_{15}} = 4.32409$	$\frac{50}{\ddot{a}_{15}} = 3.81497$
増額部分 年金額	-	$4.32409 - 3.81497$ $= 0.50912$
増額部分 年金原資	-	$0.50912 \times \ddot{a}_{20}$ $= 8.49134$
基本 年金現価	$4.32409 \times$ $\left(\ddot{a}_{15} + \frac{N_{75}}{D_{60}} \right)$ $= 68.19957$	$3.81497 \times$ $\left(\ddot{a}_{15} + \frac{N_{75}}{D_{60}} \right)$ $= 74.39279$
増額部分 年金現価	-	$0.50912 \times$ $\left(\ddot{a}_{20} + \frac{N_{80}}{D_{60}} \right)$ $= 10.37972$
A	50	$100 -$ $(50 + 8.49134)$ $= 41.50866$
C	68.19957	$74.39279 + 10.37972$ $= 84.77251$
A + B	100	100
負担率	1.18200	1.26281

以上より, $\frac{1.26281}{1.18200} = 1.06837$.

問題 5.(D)

教科書参照.

問題 6.(B)

保険料を毎年見直す場合で, 定常状態に達した場合の積立金は $S^a + S^p - S^f \times \frac{G^a}{G^f} = 20,450$. 初年度の保険料収入 C は $C = \frac{S^a + S^p}{G^a} \times L = 2,019$. このときに積立金の漸化式は $F_t = (F_{t-1} + C - B) \times (1+i)$, $F_0 = 0$. これを計算していくと, $F_{14} = 20,430$, $F_{15} = 22,202$.

問題 7.(B)

利力 $\tilde{\delta}$ の場合を考える. 年金部分は $\ddot{a}_x^{(\tilde{\delta})} = \frac{1}{1-e^{-(\tilde{\delta}+\mu)}}$. 死亡給付部分は $\ddot{a}_\infty^{(\tilde{\delta})} \sum_{k=0}^\infty \int_k^{k+1} e^{-\delta(k+1-t)} e^{-\tilde{\delta}t} e^{-\mu t} \mu dt = \frac{1}{1-e^{-(\tilde{\delta}+\mu)}} \cdot e^{-\delta} \cdot \frac{\mu}{\mu+\tilde{\delta}-\delta} \cdot \frac{1-e^{-(\mu+\tilde{\delta}-\delta)}}{1-e^{-\delta}}$. 上記の合計が前者であるが, これから選択肢 (B) に絞られる. 一応, 後者を計算する. 上記結果において $\tilde{\delta} = \delta$ とすると, $\frac{1}{1-e^{-(\delta+\mu)}} + \frac{1}{1-e^{-(\delta+\mu)}} \cdot e^{-\delta} \cdot \frac{1-e^{-\mu}}{1-e^{-\delta}} = \frac{1}{1-e^\delta}$. これは永久年金であるが, 勘が良ければ計算せずとも問題文を読むだけでわかるだろう.

問題 8.(E)

ひたすら計算するだけである. ${}^U P_x = \frac{1}{x_r - x_e} \sum_{t=0}^\infty \frac{D_{x_r+t}}{D_x}$ と書けば多少は計算しやすい.

問題 9.(D)

- ① 正しくない. 保険料収入が減り積立金が減る. 責任準備金は変わらない.
- ② 正しい. 収入現価が増え責任準備金が減る. 積立金は変わらない.
- ③ 正しい. 収入現価が増え責任準備金が減る. 積立金は変わらない.
- ④ 正しい. 支出現価が減り責任準備金が減る. 積立金は少なくとも減らない.
- ⑤ 正しい. 収入現価が増え責任準備金が減る. 積立金は変わらない.

問題 10.(B)

$${}^C o F = S, {}^U F = S_{PS}^a + S^p, \alpha S_{PS}^a + S^p = S \text{ より,}$$

$$\alpha = \frac{S - S^p}{S_{PS}^a} = \frac{S^a + S^f}{S_{PS}^a} = \frac{\frac{v^T C - v^{Tn} C}{d} - \frac{v^{Tn} C}{d}}{\frac{v^T C - v^U C}{d}}$$

$$= \frac{(x_r - x_e)d}{(x_r - x_e)d - (1 - v^{x_r - x_e})}$$

問題を見ただけで、(A) か (B) のどちらかとわかる。なぜならば、 $x_r - x_e = 0$ のとき成立してはいけないから。

問題 11.(C)

変更前・変更後の保険料はそれぞれ $P = \frac{D_{60}}{D_{40}} \ddot{a}_{\overline{10}|}$, $P' = \frac{M_{50} - M_{60} + D_{60}}{D_{40}} \ddot{a}_{\overline{10}|}$, 50歳時点の責任準備金はそれぞれ $V = \frac{D_{60}}{D_{50}} - P \ddot{a}_{50:\overline{10}|}$, $V' = \frac{M_{50} - M_{60} + D_{60}}{D_{50}} - P' \ddot{a}_{50:\overline{10}|}$ となり, V'/V を計算すればよい。

問題 12.(C)

年金受給を選択した場合の y 歳時点の支出現価は

$$\alpha_{y-x} \left(\sum_{z=y}^{59} \frac{C_z^{(d)}}{D_y^{(d)}} \frac{1.01^{z+1-y}}{\ddot{a}_{\overline{20}|}^{(2\%)}} \ddot{a}_{\overline{20}|} + \frac{D_{60}^{(d)}}{D_y^{(d)}} \frac{1.01^{60-y}}{\ddot{a}_{\overline{20}|}^{(2\%)}} \left(\ddot{a}_{\overline{20}|} + 0.8 \cdot \frac{N_{80}}{D_{60}} \right) \right)$$

$$= \alpha_{y-x} \left(\sum_{z=y}^{59} v^{z+1-y} (1-q)^{z-y} q \frac{1.01^{z+1-y}}{16.67846} \cdot 15.32380 + (v(1-q))^{60-y} \frac{1.01^{60-y}}{16.67846} \left(15.32380 + 0.8 \cdot \frac{73,641.63}{26,443.86} \right) \right)$$

$$= \alpha_{y-x} \left(\frac{15.32380}{16.67846} \cdot 1.01vq \sum_{z=y}^{59} (1.01v(1-q))^{z-y} + \frac{15.32380 + 0.8 \cdot \frac{73,641.63}{26,443.86}}{16.67846} (1.01v(1-q))^{60-y} \right)$$

$$= \alpha_{y-x} \left(0.0063 \sum_{z=y}^{59} 0.9737^{z-y} + 1.0524 \cdot 0.9737^{60-y} \right)$$

と書ける。ただし、 $q = 0.7\%$ 。保険料計算のための支出現価はこれらの現価となる。上記の大括弧内に注目する。解答の選択肢においては、 $y = x$ から始まり途中まで大括弧内を 1 にするパターンが用意されている。よって、保険料を最大にするには、1 より大きいものをより多く残せばよい。大括弧内は y の単調増加関数なので、 y を適当に代入して、1 を超える・超えないの境界を探せばそれが答えである。現実的に、 $y = 45$ あたりを計算するのは電卓を無駄に叩くので面白くない。よって $y = 57$ を試してみると $y = 57$ のとき 0.9900, $y = 58$ のとき 1.0102。答えが見つかった。厳しい計算を必要とするので限られた時間で解きたくない問題である。

問題 13.(A)

利差益は $(4,500 + 400 + 1,500 \cdot 20\%) \times 0.02 = 104$ なの

で、平成 26 年度末の未積立債務を計算すると、 $(1,500 - 1,500 \cdot 20\%) \times (1+i) - 104 = 1,500 - 80 - 6,000 \times 5\%$ より、 $i = 0.02$ 。

問題 14.(E)

定常人口なので、 $t+1$ 年度末の責任準備金は変わらず V_t のまま。よって制度変更による後発の未積立債務は kV_t 。また、 t 年度末の未積立債務は $t+1$ 年度末には $(1+i)(V_t - F_t)$ となる。以上より、特別保険料率は $\frac{kV_t + (1+i)(V_t - F_t)}{B\ddot{a}_{\overline{20}|}} = \frac{(1+kv)V_t - F_t}{vBa_{\overline{20}|}}$ 。

問題 15.(B)

加入者番号 1, 2 のそれぞれの責任準備金は、 $\frac{16}{20} \cdot \frac{D_{60}}{D_{56}} \cdot 20 \cdot 1.2 \cdot \ddot{a}_{\overline{10}|} = 149.9$, $\frac{13}{15} \cdot \frac{D_{60}}{D_{58}} \cdot 15 \cdot 10 = 120.0$ 。以上の合計。

問題 16.

(ア) は以下の通り。

	職種 A	職種 B	合計
P	12.0%	15.8%	
按分用 V	603,253	554,211	1,157,464
按分後 F	625,000	575,000	1,200,000
U	-21,747	-20,789	
控除 P	1.5%	1.2%	
過去含み P	10.5%	14.6%	

ただし、按分に用いた V は $V = S^p + S^a - (S^f/G^f)G^a$ 。(イ) は以下の通り。

	職種 A	職種 B	合計
P	12.0%	15.8%	
按分用 V	313,253	354,211	667,464
按分後 F	333,000	377,000	710,000
U	-19,747	-22,789	
控除 P	1.4%	1.3%	
過去含み P	10.6%	14.5%	

ただし、按分に用いた V と按分される F は S^p を除いたもの。(ウ) は以下の通り。

	職種 A	職種 B	合計
P	12.0%	15.8%	
特 P 現価	5,005	63,700	
按分用 V	598,248	490,511	1,088,759
按分後 F	659,000	541,000	1,200,000
U	-55,747	13,211	-42,536
積立金移動後 U	-42,536	0	
控除 P	3.0%	0.0%	
過去含み P	9.0%	15.8%	

ただし、これだと公式解答と若干異なる。公式回答は端数処理ルールが徹底されていないようだ。以下のように公式回答を再現できた。

	職種 A	職種 B	合計
P	12.0%	15.8%	
V	603,600	554,120	
特 P 現価	5,005	63,700	
按分用 V	598,595	490,420	1,089,015
按分後 F	659,600	540,400	1,200,000
U	-56,000	13,720	-42,280
積立金移動後 U	-42,280	0	
控除 P	2.9%	0.0%	
過去含み P	9.1%	15.8%	

ただし、上表は V 計算時の P には端数処理を施し、按分後 F の計算時には端数処理を施さない結果である。

問題 17-20. 公式解答の通り。

以上