H25 年金数理人会試験解答

pseudomathematician

平成 30 年 5 月 13 日

問題 1.(B)
$\frac{d}{dx}\mathring{e}_x = \mu_x \mathring{e}_x - 1$ より $\mu_x = \frac{1}{4(68-x)}$．${}_xp_0 = e^{-\int_0^x \mu_s ds}$ より ${}_xp_0 = \left(\frac{68-x}{68}\right)^{1/4}$．一方，${}_xp_0 = 0.8$ より，$x = 68 \times (1-0.8^4) = 40.1472$.

問題 2.(E)
$100,000\cdot(1+R_{20})\cdot\cdots\cdot(1+R_{39}) = 100,000\cdot\frac{1.01^{20}f(40)}{f(20)} = 488,076$.

問題 3.(A)
求めたい現価は，$5\ddot{a}_{\overline{10}|} + v^5(I\ddot{a})_{\overline{5}|} + 5v^{10}\ddot{a}_{\overline{5}|} - v^{10}(I\ddot{a})_{\overline{5}|} = 5\times 13.19471 + 13.19471(v^5 - v^{10}) + 5v^{10}\times 4.54595$．一方，$\ddot{a}_{\overline{5}|} = \frac{1-v^5}{1-v}, (I\ddot{a})_{\overline{5}|} = \frac{\ddot{a}_{\overline{5}|}-5v^5}{1-v}$ より，$i = 0.05$．以上より．

問題 4.(E)
1 点目：$(a_{xy} + a_{yz} - a_{xyz}) + 0.5(a_{xy} + a_{zx})$
2 点目：$1.5(a_{yz} - a_{xyz})$
3 点目：$(a_y - (a_{xy} + a_{yz} - a_{xyz})) + (a_z - (a_{zx} + a_{yz} - a_{xyz}))$
以上を合計.

問題 5.(E)
生保数理の教科書参照.

問題 6.(E)
${}^U P_y^{[x]} = \frac{1}{x_r - x}\cdot\frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{D_y}$ より，$\sum\frac{1}{{}^U P_x^{[x]}} = \frac{D_{x_e}}{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}\sum\frac{(x_r-x)D_x}{D_{x_e}}$ からわかる.

問題 7.(C)
計算して確認するだけである．各種公式は暗記しておくしかない.
① 正しい.
② 正しくない.
③ 正しくない.
④ 正しくない.
⑤ 正しい.

問題 8.(B)
$F = 10B, F = (F+C)\times 1.05 - B, F = (F+kC)\times 1.04 - B$ より $k = 1.211$.

問題 9.(D)
保険料の不足分が利殖されながら増えていくことを考えれば，$F_t = F - \frac{C}{2}((1+i) + (1+i)^2 + \cdots + (1+i)^t)$ となる．これと，$F = (F+C)(1+i) - B$ より，$F_t \leq \frac{F}{2} \Leftrightarrow t < \frac{1}{\delta}\cdot\log\left(\frac{v\cdot B}{C}\right)$.

問題 10.(B)
$48,077 = 16,344 + 16,344v + 16,344v^2$ より $i = 0.02$．定常状態の条件より $B - C = 320,107d = 6,277$．また題意より，$((272,030 - 6,277)(1+r) - 6,277)(1+r) = 320,107 \Leftrightarrow r = 0.10938$．以上より，$r - i = 0.0894$.

問題 11.(A)

	A	B	A&B
S	S_A	$0.9S_A$	$(1+0.9\alpha)S_A$
G	G_A	$0.3G_A$	$1.3G_A$
V	V_A	$0.9V_A$	$(1+0.9\alpha)S_A - P_A\cdot 1.3G_A$
F	F_A	$0.3F_A$	$1.3F_A$
U	$0.4S_A$		$(0.22+0.9\alpha)S_A$
L	L_A	$0.3L_A$	$1.3L_A$
特別P率	P'_A		$1.2P'_A$

ただし，$V_A - F_A = 0.4S_A$ より，$U_{A\&B} = (1+0.9\alpha)S_A - P_A\cdot 1.3G_A - 1.3F_A = (0.22+0.9\alpha)S_A$．以上より，$P'_{A\&B} =$ となる（@は n 年現価率）．よって，$1.2\times\frac{0.4S_A}{L_A@} = \frac{(0.22+0.9\alpha)S_A}{1.3L_A@} \Leftrightarrow \alpha = 0.44888$.
（合併後の標準保険料は任意に設定できるような問題文に読めるが，そうではなく，たまたま標準保険料率が変わらなかった，ということを言っているのだろうか？）

問題 12.(B)
$U_0 = 400/0.20 = 2,000, U_1 = 2,000 - 156 = 1,844, F_0 = 8,000, (8,000 + 700 + 400 - B')\times 0.025 = 196 \Leftrightarrow B' = 1,260, F_1 = (8,000 + 700 + 400 - B') + 196 = 8,036, V_1 = F_1 + U_1 = 9,880, V_1 = (10,000 + 700 - B)\times 1.040 = 9,880 \Leftrightarrow B = 1,200$．以上より，$k = 1,260/1,200 - 1 = 0.05$.

問題 13.(D)
$P=\dfrac{\sum_{x=30}^{60}(x-29)C_x+30D_{60}}{\sum_{x=30}^{59}D_x}\ddot{a}_{\overline{20}|}=12.669$．以上より，$V=30v^{10}\ddot{a}_{\overline{20}|}-P\ddot{a}_{\overline{10}|}=294.388$．ただし，条件より $i=0.02$．

問題 14.(E)
$((1+20k)S_a-(1+30k)PG_a)+((1+40k)S_a-(1+30k)PG_a)=(S_a-PG_a)+(S_b-PG_b)$ より．

問題 15.(C)
$F=(B-C)/d=820, S=160/d=6,560$，制度変更後の人数現価は $L\ddot{a}_{\overline{5}|}+1.15v^5L\ddot{a}_{\overline{\infty}|}$，$t$ 年度の保険料収入 C_t' は $C_t'=(S-F_{t-1})/(\ddot{a}_{\overline{5}|}+1.15v^5\ddot{a}_{\overline{\infty}|})$．ただし，$F_t$ は計算時点から t 年目末の積立金とし，$F_0=F$ とする．簡単のため，$\alpha=\ddot{a}_{\overline{5}|}+1.15v^5\ddot{a}_{\overline{\infty}|}=46.4357, \beta=\frac{\alpha}{(\alpha-1)(1+i)}=0.9971, \gamma=\frac{S-\alpha B}{\alpha-1}=-19.1416$ とおく．このとき，

$$F_t=(F_{t-1}+C_t'-B)\cdot(1+i)=\frac{F_{t-1}+\gamma}{\beta}$$
$$\Leftrightarrow F_t\beta^t=(F_{t-1}+\gamma)\beta^{t-1}$$

より，$F_1\beta, F_2\beta^2,\cdots,F_t\beta^t$ を辺々足して，

$$F_t=\frac{\left(F_0+\gamma\frac{1-\beta^t}{1-\beta}\right)}{\beta^t}$$

を得る．以上より，

$$F_t<0\Leftrightarrow 1+F_0\frac{1-\beta}{\gamma}=0.875<0.9971^t$$
$$\Leftrightarrow \log(1-0.125)\fallingdotseq-0.1328$$
$$>t\log(1-0.0029)\fallingdotseq-0.0029t$$
$$\Leftrightarrow \frac{0.1328}{0.0029}\fallingdotseq 45.7931<t.$$

問題 16-17. 公式解答の通り．

問題 18.
$V=S^p+S^a_{PS}=400,000, P=\frac{S^a_{FS}+S^f}{G}=0.40$．$F\leq V$ のときを考える．$\frac{V-F}{225,000}=0.4\times50\%=0.2\Leftrightarrow F=355,000, \frac{V-F}{400,000}=0.4\times50\%=0.2\Leftrightarrow F=320,000$ より，下表を得る（問題より，$F\geq300,000$ だけ考える）:

積立金	償却年数	特別保険料	保険料率合計	問題
$300,000$	20	0.25	0.65	⑥
F_1	20	$P_1'=\frac{V-F_1}{400,000}$	$0.40+P_1'$	
$320,000$	20	0.20	0.60	④
$\cdots$	$\cdots$	0.20	0.60	
$355,000$	10	0.20	0.60	③
F_2	10	$P_2'=\frac{V-F_2}{225,000}$	$0.40+P_2'$	
$400,000$	-	-	0.40	②

次に，$F\geq V$ のときを考える．$\frac{F-V}{V}=10\%\Leftrightarrow F=440,000$，$F>440,000$ ならば，$P=0.40-\frac{0.5\times(F-V-0.1V)}{G}=0.40-\frac{0.5\times(F-0.9V)}{G}$ より，下表を得る:

積立金	$\frac{F-V}{V}$	保険料率合計	問題
$400,000$	$\cdots$	0.40	②
$\cdots$	$\cdots$	0.40	
$440,000$	10%	0.40	①
F_4	$\cdots$	$0.40-\frac{0.5\times(F_4-0.9V)}{G}$	
$500,000$	$\cdots$	0.37	⑤

以上より，求める期待値は，

$$\frac{20,000}{200,000}\times\frac{0.65+0.60}{2}+\frac{35,000}{200,000}\times0.60$$
$$+\frac{45,000}{200,000}\times\frac{0.60+0.40}{2}+\frac{40,000}{200,000}\times0.40$$
$$+\frac{60,000}{200,000}\times\frac{0.40+0.37}{2}=0.4755.$$

問題 19-20. 公式解答の通り．

以上