

H23 年金数理人会試験解答

pseudomathematician

平成 29 年 6 月 10 日

問題 1.(D)

$$l_x = l_x^m + l_x^f, l_0 = l_0^m = l_0^f, 30q60 = 1 - 30p60 = 1 - \frac{l_{60}^m + l_{60}^f}{l_{30}^m + l_{30}^f} = 1 - \frac{60P_0^m + 60P_0^f}{30P_0^m + 30P_0^f} = 1 - \frac{e^{-60/40} + e^{-60/60}}{e^{-30/40} + e^{-30/60}} = 0.45218.$$

問題 2.(B)

$$\frac{d\dot{e}_x}{dx} = \mu_x \dot{e}_x - 1 \text{ より } \mu_x = \frac{1}{5(90-x)}, tP_x = \left(1 - \frac{t}{90-x}\right)^{1/5}.$$

求める平均年齢は $\frac{\int_0^{90} x l_x dx}{\int_0^{90} l_x dx} = \frac{\int_0^{90} x x p_0 dx}{\int_0^{90} x p_0 dx} = 40.9.$

問題 3.(C)

$$\int_0^\infty t e^{-\delta t} e^{-0.01t} dt = 830.84.$$

問題 4.(A)

$$3a_{xyz} + 2(a_{xy} + a_{yz} + a_{xz} - 3a_{xyz}) + ((a_x - a_{xy} - a_{xz} - 3a_{xyz}) + (a_y - a_{xy} - a_{yz} - 3a_{xyz}) + (a_z - a_{xz} - a_{yz} - 3a_{xyz})) = a_x + a_y + a_z.$$

問題 5.(B)

給付利率に対する常識がよくわからないので、解答にあまり自信がないのだが以下のとおり計算した。間違いがあればご指摘ください。年金額 1 に対して、計算を行う。 $a_{\overline{10}|}^{(4)(2.5\%)} = a_{\overline{10}|}^{(2.5\%)} + \frac{3}{8} \left(1 - \frac{1}{1.28008}\right) = 8.834$ より、年金原資の 55 歳時点での現価は $\frac{85,600.669}{10,000} \times a_{\overline{10}|}^{(4)(2.5\%)} = 7.562$ 。 $a_{\overline{10}|}^{(4)(2.0\%)} = a_{\overline{10}|}^{(2.0\%)} + \frac{3}{8} \left(1 - \frac{1}{1.21899}\right) = 9.050$ より、死亡給付の 55 歳時点での現価は、 $\frac{3,622.944 - 668.812}{10,000} \times a_{\overline{10}|}^{(4)(2.0\%)} = 0.267$ 。以上合計 $7.562 + 0.267 = 7.829$ 。

問題 6.(C)

$${}^U C = \frac{l_{x_r} \ddot{a}_{x_r} v(1-v^{x_r-x_e})}{x_r - x_e (1-v)}, {}^T C = l_{x_r} \ddot{a}_{x_r} \text{ より.}$$

問題 7.(C)

- ア. 教科書 P87. 正しい。
- イ. 保険料洗い替えによって解消できない。正しくない。
- ウ. 保険料計算に用いる積立金が変わるので正しい。
- エ. 方式によるので正しくない。

問題 8.(E)

標準保険料率は明らかに $2P_N$ 。積立不足額 $U = V - F$ は財政再計算前後で変わらないので、特別保険料率は $\frac{U}{\frac{L_B}{2} \ddot{a}_{\overline{10}|}} = 2P_{PSL}$ 。

問題 9.(A)

面倒なので、 $x_a = x_e + 1, x_r = x_e + 3 = x_e + 2$ で確かめる。求める保険料率は、

$$\frac{v^3(1-q)\ddot{a}_{x_r} + v^2q}{1+v+v^2(1-q)}$$

となり、分母分子に $1-v$ を乗じればよい。

問題 10.(B)

以下を計算すればよい。① $U_{t+1} = (U_t - U_0 \times 0.21) \times 1.02$

② $U_{t+1} = (U_t - U_t \times 0.28) \times 1.02$

③ $U_{t+1} = (U_t - U_0 \times 0.22 \times 0.97^{t-1}) \times 1.02$

④ $U_{t+1} = (U_t - U_0/\ddot{a}_{\overline{5}|}) \times 1.02$

問題 11.(B)

$l_x = 1,000 - 10x$ より、毎年の給付額は $300 \times l_{60} = 120,000$ で、これを全員で負担しあうので、 $\frac{120,000}{\sum_{x=20}^{59} l_x} = 4.96$ 。

問題 12.(C)

	A	B	A&B
S^p	0	0	0
S^a	S_A^a	$0.72 \times S_A^a$	$1.92 \times S_A^a$
S^f	S_A^f	$0.72 \times S_A^f$	$1.92 \times S_A^f$
G^a	G_A^a	$0.6 \times G_A^a$	$1.6 \times G_A^a$
G^f	G_A^f	$0.6 \times G_A^f$	$1.6 \times G_A^f$
V	V_A	0	$1.92 \times V_A$
F	10,000	0	10,000
L	L_A	$0.6 \times L_A$	$1.6 \times L_A$
給付水準	1	1.2	1.2

A 社の財政状況について条件不足で解答不可能のように思うが、解答から逆算すると、 $V_A = F_A = 10,000$ という状況のようだ。統合後の標準保険料は、 $1.92 \times 1,800 = 3,456$ 、特別保険料は、 $\frac{V_{A\&B} - 10,000}{8.1109} = 1,134$ 、統合後の年間保険料予定額は $3,456 + 1,134 = 4,590$ 。よって、 $\frac{4,590}{1,800} = 2.55$ 。

問題 13.(D)

$n = 1$ のとき計算すれば選択肢は一つに限られる。 $F =$

$F(1+i) + C - B, F_1 = F(1+i - \Delta i), F_1 = F_1(1+i) + C_1 - B$ を整理すればよい. これ以降も同じこと ($C_2 = C_1 + iF_1\{1 - (1 - \Delta i)\}$) を繰り返せばよい.

問題 14.(C)

面倒なので, $l'_{x+1} = 0$ としてしまう. この場合, $x+1$ 歳の者の責任準備金の積み立てが一切不要となることから, 予定していた責任準備金全額が差損益となる. すなわち

$$b_{x+1} \cdot l_{x+1} \cdot V_{x+1}$$

が差損益となる. 次に, 予定の給付は $\alpha \cdot b_{x+1} \cdot (l_x - l_{x+1})$ であるところ, $\alpha \cdot b'_{x+1} \cdot l_x$ で済んだことから,

$$\alpha \cdot b_{x+1} \cdot (l_x - l_{x+1}) - \alpha \cdot b'_{x+1} \cdot l_x$$

が x 歳の者の 1 年間の差損益となる. これの合致するものを選ばばよい.

問題 15.(E)

面倒なので, 計算が楽になりそうな前提を勝手におく: $F = V = 1,000, C = 100$ とすれば, $B = 1,000i + 100$, 予定利率変更後の責任準備金を V' とすれば, $V' = V'(1 + 0.025) + (100 + 20) - B \Leftrightarrow B = 0.025V' + 120$. 予定利率変更後の期末積立金は, $F(1 + 0.13) + 120 + 0.50(V' - V) - B = V' \Leftrightarrow 750 - 0.50V' = B$. 以上より, $V' = 1,200, B = 150, i = 0.05$.

問題 16. 公式解答のとおり.

問題 17.

(1) 予定利率 2.0% : $(1,958 - 1,052)/9.16 = 99$, 予定利率 2.5% : $(1,718 - 1,052)/8.97 = 74$.

(2)

t	V	F	C	C'	B
0	1,718	1,052	83	74	67
1	1,777	1,165	83	74	83
2	1,822	1,264	83	74	66
3	1,885	1,382	83	74	84
4	1,931	1,484	83	74	60
5	2,003	1,612			

以上より, $(2,003 - 1,612)/4.76 = 82$.

(3)

t	V	F	C	C'	B
0	1,958	1,052	87	99	67
1	2,018	1,194	87	99	83
2	2,062	1,323	87	99	66
3	2,125	1,472	87	99	84
4	2,170	1,606	87	99	60
5	2,241	1,766			

ここで, $x\% \times 2,170 \times 1.02/4.81 = 34 \Leftrightarrow x = 0.074$.

問題 18.

給付改善直後の責任準備金は $54,500 \times 1.40 = 76,300$. 特別保険料は $(76,300 - 62,700) \times 0.25 = 3,400$. 一方, 責任準備金から発生した債務を除いた n 年度末責任準備金は $76,355 - 300 = 76,055$. 以上より,

$$(76,300 + C - B) \times (1+i) = 76,055,$$

$$(62,700 + C + 3,400 - B)(1+r) = 66,560,$$

$$(62,700 + C + 3,400 - B)(r-i) = 960.$$

以上を解いて, $i = 0.025, r = 0.04, B - C = 2,100$.

未積立債務の変動を整理する. 期末の状況は以下の通り:

$$76,355 = (54,500 \times 1.40 - 2,100) \times 1.025 + 300,$$

$$66,560 = (62,700 - 2,100 + 3,400) \times 1.025 + 960.$$

第 2 式から第 1 式の辺々を引くと,

$$9,795 = (-8,200 + 54,500 \times 0.40 - 3,400) \times 1.025 - 960 + 300.$$

以上より,

① : $-8,200 \times 0.025 = -205,$

② : $54,500 \times 0.40 = 21,800,$

③ : $54,500 \times 0.40 \times 0.025 = 545,$

④ : $-3,400,$

⑤ : $-3,400 \times 0.025 = -85,$

⑥ : $-17,995,$

⑦ : $2.5\%,$

⑧ : $4.0\%.$

⑨ : $4,900/1.40 - C = 2,100 \Leftrightarrow C = 4,900.$

問題 19-20. 公式解答のとおり.

以上