H22 年金数理人会試験解答

pseudomathematician

平成 29 年 1 月 22 日

問題 1.(C)

$${}_{2|}q_{\overline{80:84}} = {}_2p_{\overline{80:84}} - {}_3p_{\overline{80:84}}$$
$$= ({}_2p_{80} + {}_2p_{84} - {}_2p_{80,84}) - ({}_3p_{80} + {}_3p_{84} - {}_3p_{80,84})$$
$$= 0.02365.$$

問題 2.(D)
$D_{x+1} = vD_x - v^{x+1/2}\overline{C}_x$ および $\overline{C}_x/D_x = v^{1/2}q_x$ より．

問題 3.(B)
丁寧に計算するだけであるが，面倒なので $n = 2$ で確かめるとすぐわかる．

問題 4.(B)
$\bar{a}_x = \int_0^{10} v^t {}_tp_x dt + \int_{10}^{\infty} v^t {}_tp_x dt$ としておいて，$v^t = e^{-\int_0^t \delta_s ds}$，${}_tp_x = e^{-\int_0^t \mu_{x+s} ds}$ を代入する．右辺第 1 項は
$$\int_0^{10} v^t {}_tp_x dt = \int_0^{10} e^{-0.06t} dt = 10\left(1 - \frac{1}{e}\right)$$
と計算される．第 2 項は，
$$v^t = e^{-\int_0^t \delta_s ds} = e^{-\int_0^{10} \delta_s ds - \int_{10}^t \delta_s ds} = e^{-0.05t+0.10},$$
$${}_tp_x = e^{-\int_0^t \mu_{x+s} ds} = e^{-\int_0^{10} \mu_{x+s} ds - \int_{10}^t \mu_{x+s} ds} = e^{-0.07t+0.10}$$
より，
$$\int_{10}^{\infty} v^t {}_tp_x dt = \int_{10}^{\infty} e^{-0.12t+0.20} dt = \frac{1}{0.12e}$$
と計算される．以上より，$\bar{a}_x = 10 - 10/e + 1/(0.12e) = 9.39$.

問題 5.(C)
ただ計算するのみ．
$$81.5 = 3a_{\overline{n}|} + 2(a_{\overline{2n}|} - a_{\overline{n}|}) + (a_{\overline{3n}|} - a_{\overline{2n}|})$$
$$= a_{\overline{n}|} + a_{\overline{2n}|} + a_{\overline{3n}|} = \frac{1.467}{i}$$
より．

問題 6.(D)
面倒なので $n = 1$ で試して，丁寧に式変更するとすぐわかる．

問題 7.(A)
第 1 年度末の積立金 $F_1 = (F + C - B)(1 + j_1)$，剰余金 $M = F_1 - F = (F + C - B)(j_1 - i)$，第 2 年度の標準保険料 $F_1 = (F_1 + C_2 - B)(1 + i)$，第 2 年度末の積立金 $F_2 = (F_1 + C_2 - B)(1 + j_2) = F\frac{(1+j_1)(1+j_2)}{(1+i)^2}$，未積立債務は $U = F\left(1 - \frac{(1+j_1)(1+j_2)}{(1+i)^2}\right)$，特別保険料は rU.

問題 8.(D)
$F_{j+1} = (F_j + C - B + C'_j) \times 1.03$, $C'_j = (V - F_j) \times 0.50$, $V = (B - C)/d$ より，$\alpha_j = F_j/V, \alpha_j \to \alpha$ とすれば，$\alpha = (\alpha - 0.05/1.05 + 0.5 - 0.50\alpha) \times 1.03$ を得る．これを解けばよい．なお，試験の性質を考慮して，収束可能性の有無は無視した．

問題 9.(D)
$${}^CC_1 = \frac{S^a + S^p}{G^a} \times L = \frac{S - S^f}{G^a} \times L$$
$$= \frac{S}{\frac{G}{2}} \times L - \frac{S^f}{G^f} \times L = 2B - {}^EC$$
$$= {}^EC + 2(B - {}^EC) = {}^EC + 2{}^EVd$$
より，(C) か (E) とわかる．勘でどちらかに賭けるのもありかと思うが，せっかくなので ${}^CC_2$ も計算してみる．同様に，
$${}^CC_2 = \frac{S^a + S^p - {}^CF_1}{G^a} \times L = {}^EC + 2{}^EVd - \frac{{}^CF_1}{\frac{G}{2}} \times L,$$
$${}^CF_1 = ({}^CC_1 - B)(1 + i) = 2{}^EVd^2(1 + i)$$
より，
$${}^CC_2 = {}^EC + 2{}^EVd(1 - d(1 + i)) = {}^EC + 2(1 - i)(1 - i)$$
となる．

問題 10.(E)
${}^EV = 10,873 + 11,035 - \frac{2,049}{51,227} \times 36,973 = 20,429$, $B = (10,873 + 11,035 + 2,049) \times \frac{0.05}{1.05} = 1,141$, $C = B - {}^EVd = 1,141 - 20,429 \times \frac{0.05}{1.05} = 168$, ${}^UV = 10,873 + 6,986 = 17,859$.
以上より，$F_0 = 20,429$, $F_1 = F_0 + C - B = 19,456$, $C'_2 = \max((20,429 - 19,456) \times 0.1, (17,859 - 19,456) \times 0.5) = 97$, $F_2 = F_1 + C - B + C'_2 = 18,580$, $C'_3 = \max((20,429 - 18,580) \times 0.1, (17,859 - 18,580) \times 0.5) = 185$, $F_3 = F_2 + C - B + C'_3 = 17,792$, $C'_4 = \max((20,429 - 17,792) \times 0.1, (17,859 -$

$17,792)\times 0.5)=264$, $F_4=F_3+C-B+C'_4=17,083$, $C'_5=\max((20,429-17,083)\times 0.1,(17,859-17,083)\times 0.5)=388$, $F_5=F_4+C-B+C'_5=16,498$.

問題 11.(C)
期始からの x 歳の年金受給権者の 1 年間の責任準備金変動は，$(S_x-l_x)\times(1+i)-S_x=iS_x-(1+i)l_x$ と書ける．実際は，期末において，l'_{x+1} の残存となったことから，$x+1$ 歳の責任準備金は $\frac{S_{x+1}}{l_{x+1}}(l'_{x+1}-l_{x+1})$ 増加する．よって，責任準備金にかかる 1 年間損益としては，

$$\sum_{x=x_r}^{\omega-1}\left(-i\cdot S_x-(1+i)l_x+\left(\frac{l'_{x+1}}{l_{x+1}}-1\right)\cdot S_{x+1}\right)$$

と書ける．積立金は x 歳の年金受給権者に対する年金支払によって $(1+i)\cdot l_x$ 減少する．以上より，損益は，

$$\sum_{x=x_r}^{\omega-1}\left(-i\cdot S_x-\left(\frac{l'_{x+1}}{l_{x+1}}-1\right)\cdot S_{x+1}\right)$$

となる．一方，予定通りに推移すれば，損益は，上記において $l'_{x+1}=l_{x+1}$ とした場合なので，

$$\sum_{x=x_r}^{\omega-1}(-i\cdot S_x)$$

となる以上より，予定通りの損益から実際の損益の差として，

$$\sum_{x=x_r}^{\omega-1}\left(-\left(\frac{l'_{x+1}}{l_{x+1}}-1\right)\cdot S_{x+1}\right)$$

を得る．
（注）つい (C) を選んでしまいそうだが,「差損益」とあったので，(A) を選ぶほうが良いのだろう．

問題 12. 公式解答のとおり．

問題 13.(A)
計算基数を使う．定義は明らかだろう．F は年金原資．$0.3301=\frac{D_{60}}{N_{45}-N_{60}}\times F$, $0.3474=\frac{C_{59}+D_{60}}{N_{45}-N_{60}}\times F=\frac{vD_{59}}{N_{45}-N_{60}}\times F$, $\frac{0.3301}{0.3474}=\frac{D_{60}}{vD_{59}}=p_{59}=0.9502$ より．

問題 14.(C)
中途脱退給付部分の保険料を求める．$\frac{C_{55}v^4+C_{56}v^3+C_{57}v^3+C_{58}v^2+C_{59}v+C_{60}}{N_{45}-N_{60}}\times 0.5F=\frac{v^5D_{55}-D_{60}}{N_{45}-N_{60}}\times 0.5F$ となる．ここで，$D_{55}/D_{45}=v^{10}0.95^{10}, D_{60}/D_{45}=v^{15}0.95^{15}, (N_{45}-N_{60})/D_{45}=(1-(0.95v)^{15})/(1-0.95v), F=(1-v^{10})/(1-v)$ より，0.0482．以上より，$0.3301+0.0482=0.3783$.（選択肢と 0.0001 ずれたが無視）

問題 15.(D)
① $1,100-600=500$
⑥ $500\times 0.20=100$
運用利回りを r とする．$(600+80+⑥-④)\times r=21$, $(600+80+⑥-④)\times 0.05=21+14=35$ より，$r=0.03$.
$(600+80+100-④)\times 0.03=21\Leftrightarrow ④=80$
⑦ $1,100+80+100+21=1,301$
② $(600+80+100-80)\times 1.03=721$
③ $1,175-721=454$
⑤ $500-454=46$
⑧ $500\times 0.05=25$
⑨ $100\times 0.05=5$
予定通りの責任準備金は，$(1,100+80-80)\times 1.05=1,155$ なので，⑩ $=1,175-1,155=20$.

問題 16-20. 公式解答のとおり．

以上