H20 年金数理人会試験解答

pseudomathematician

平成 29 年 2 月 18 日

問題 1.(C)
$\int_0^{10}(10k+tk)e^{-\int_0^t \frac{1}{10+u}du}dt = 200$ を解けばよい．

問題 2.(E)

$$q_{x-1} = \int_0^1 {}_tp_{x-1}\mu_{x-1+t}dt \le \int_0^1 \mu_x dt = \mu_x,$$

$$\mu_x \mathring{e}_x = \mu_x \int_0^{\omega-x} {}_tp_x dt \le \int_0^{\omega-x} {}_tp_x \mu_{x+t}dt = 1$$

より．

問題 3.(A)
$i = \left(\frac{(1-p_x)D_x}{\bar{C}_x}\right)^2 - 1$ より．

問題 4.(D)
$n = 1, 2$ で確かめればすぐわかる．

問題 5.(C)
退職金を F とする．現行制度の年金現価は $\frac{\alpha F}{\ddot{a}^{(5.5)}_{\overline{10|}}}\left(\ddot{a}^{(2.5)}_{\overline{10|}} + {}_{10|}\bar{a}^{(2.5)}_{60}\right)$ と書け，変更案の年金現価は βF と書ける．両者が等しいということから，β/α が求まる．

問題 6.(E)
A，B の年齢をそれぞれ x, y とし，t 年の生存確率をそれぞれ ${}_tp_x^A, {}_tp_y^B$ とおく．また死力をそれぞれ μ_A, μ_B とおく．A の年金現価は $\bar{a}_x = \int_0^\infty v^t{}_tp_x^A dt$，B の年金現価は $\bar{a}_{x|y} = \int_0^\infty v^t{}_tp_x^A\mu_A \times {}_tp_y^B\bar{a}_{y+t}dt$ から．なお，$v^t = e^{-\delta t}, {}_tp_x^A = e^{-\mu_A t}, {}_tp_x^B = e^{-\mu_B t}$ を利用して計算すればよい．

問題 7.(E)
例題が H14. 問題 8 にある．x 歳時点の年金現価率は，死亡給付部分を α とおけば，

$$a_x^{(m)} + \alpha = \frac{N_x}{D_x} - \frac{m+1}{2m} + \alpha$$

と書ける．α は以下の通り：

　$[0/mn, 1/mn]$ の死亡における給付： $1/mn$

　$[1/mn, 2/mn]$ の死亡における給付： $2/mn$

$\cdots$

　$[(n-1)/mn, n/mn]$ の死亡における給付： n/mn.

以降，給付はこの繰り返しで，平均 $(n+1)/2mn$．すなわち，

$$\alpha = \frac{n+1}{2mn}\bar{A}_x = \frac{n+1}{2mn}\frac{\overline{M}_x}{D_x}$$

を得る．

問題 8.(A)
x 歳の S^a_{PS} が求めるもの．これは $\frac{35}{40}\cdot\frac{D^{(T)}_{60}}{D^{(T)}_{55}}\cdot\frac{N_{60}}{D_{60}}$ となる．支出現価，収入現価で表すならば，$\dfrac{D^{(T)}_{60}}{D^{(T)}_{55}}\ddot{a}_{60} - \sum_{k=0}^{4}\dfrac{D^{(T)}_{55+k}}{D^{(T)}_{55}}\left(\dfrac{1}{40}\cdot\dfrac{D^{(T)}_{60}}{D^{(T)}_{55+k}}\ddot{a}_{60}\right)$ となる．

問題 9.(B)
真面目に考える必要はない．就業期間を 2 年，すなわち $x_r = x_e + 2$ として，年金受給期間を 2 年，就業中の脱退はなし，という極端な例で確認しさえすればよい．ただし，予定利率は，就業期間中も年金受給期間中も同率一定としてしまう．このとき，退職時：$1+v$，賦課：2，加入時：$v^2(1+v)$，平準：$2v^2$，単位：$\frac{v(1+v^2)}{2}$ より．
（注）この例からもわかるとおり，$i = 0$ とすると，等号成立してしまうものがあるため，問題に不備があることになる．

問題 10.(E)
明らか．

問題 11.(E)
簡単のため，$h = 0.05, B = 450,000, b = 0.03$ とおく．このとき，求める現価は

$$\frac{D^{(T)}_{60}}{D^{(T)}_{40}}\left\{\frac{1}{2}\frac{(1+b)B_{40}\times 40}{7.952}\ddot{a}_{\overline{10|}} + \frac{1}{2}(1+b)B_{40}\times 40\right\}$$

を計算すればよい．ただし，$D^{(T)}_x = v^x l^{(T)}_{20}(1-h)^{x-20}$.

問題 12.(C)
利差損以外の損益は発生していない，すなわち給付は予定通りであるため，給付改善前の $n+1$ 年度末責任準備金は $(1,500+50-80)\times 1.02 = 499.4$，$n+1$ 年度末積立金は $(1,000+50+100-80)\times 1.035 = 1,107.45$ となる．給付改

善後の $n+1$ 年度末責任準備金は $1.10\times 499.4 = 1,649.34$，未積立債務は $1,649.34 - 1,107.45 = 541.89$.

問題 13.(E)
（細かい記号の使い方は判別可能かと思うので，いちいち断らない.）積立金，特別保険料の収束値をそれぞれ $\overline{F}, \Delta\overline{C}$ とおく．このとき，

$$\begin{aligned}\overline{F} &= (\overline{F} + C + \Delta\overline{C} - B)(1+j)\\ &\Longleftrightarrow \frac{C+\Delta\overline{C}}{L} = \frac{B}{L} - \overline{F}\frac{{}^{*}d}{L} = \frac{B}{L} - \frac{\overline{F}}{{}^{*}G},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta\overline{C} &= \frac{F-\overline{F}}{G^a}\times L\\ &\Longleftrightarrow \overline{F} = (S - S^f - \frac{C}{L}G^a) - \frac{\Delta\overline{C}}{L}G^a\\ &\Longleftrightarrow \overline{F} = (S - S^f) - \frac{C+\Delta\overline{C}}{L}G^a\end{aligned}$$

これらより，

$$\begin{aligned}\frac{C+\Delta\overline{C}}{L} &= \frac{B}{L} - \frac{S-S^f}{{}^{*}G} + \frac{C+\Delta\overline{C}}{L}\times\frac{G^a}{{}^{*}G}\\ &\Longleftrightarrow \frac{C+\Delta\overline{C}}{L} = \frac{\frac{B}{L} - \frac{S-S^f}{{}^{*}G}}{1-\frac{G^a}{{}^{*}G}}\\ &\Longleftrightarrow \frac{C+\Delta\overline{C}}{L} = \frac{\frac{B}{L}\times{}^{*}G - (S-S^f)}{{}^{*}G - G^a}\\ &\qquad = \frac{{}^{*}S^f + ({}^{*}S^p + {}^{*}S^a) - (S^p + S^a)}{{}^{*}G^f + ({}^{*}G^a - G^a)}.\end{aligned}$$

ただし，最後は $\frac{B}{L} = \frac{S}{G} = \frac{{}^{*}S}{{}^{*}G}$ を利用した.

問題 14.(C)

$$\frac{\sum x l_x}{\sum l_x} = 40, \frac{\sum B_x l_x}{\sum l_x} = 30,$$

$$\frac{\sum (x-20)d_x}{\sum d_x} = \frac{x_r l_{x_r} + L}{l_{20}} - 40 = 30, \frac{\sum B_x d_x}{\sum d_x} = 35$$

を解けばよい.

問題 15.(C)
積立金 F_0 に対し，1 年後の積立金 F_1 は，確率 1/2 で，$(F+C-B)(1+i+j)$, $(F+C-B)(1+i-j)$ のどちらかとなる．前者に対し，1 年後の積立金 F_2 は，確率 1/2 で，$F_0\frac{1+j}{1+i}(1+i+j) > F$, $F_0\frac{1+j}{1+i}(1+i-j) > F$ のどちらかとなる．後者に対し，1 年後の積立金 F_2 は，確率 1/2 で，$F_0\frac{1-j}{1+i}(1+i+j) < F$, $F_0\frac{1-j}{1+i}(1+i-j) < F$ のどちらかとなる．以上より，50%.

問題 16.

	A	B	A&B
S^p	240	100	340
S^a	$1,800$	720	$1,800 + 720/0.64 = 2,925$
S^a_{FS}	550	220	$550 + 220/0.64 = 893.75$
S^a_{PS}	$1,250$	500	$1,250 + 500/0.64 = 2,031.25$
S^f	525	210	853.125
G^a	$7,688$	$4,805$	$12,493$
G^f	$7,000$	$4,375$	$11,375$
F	$1,200$	500	$1,700$
L	288	180	468
給付水準	1	0.64	1

ただし，給与 1 あたりの給付現価は A が 6.25，B が 4 であるため，B の給付水準は A の給付水準に対し 0.64.
① $P_A = 525/7,000 = 7.5\%$.
② $V_A = 240 + 1,800 - 7.5\% \times 7,688 = 1,463.4$ より，$\Delta P_A = (1,463.4 - 1,200)/(288\ddot{a}_{\overline{10|}}) = 9.98\%$.
③ $P_B = 210/4,375 = 4.8\%$.
④ $V_B = 100 + 720 - 4.8\% \times 4,805 = -589.36$ より，$\Delta P_B = (589.36 - 500)/(180\ddot{a}_{\overline{7|}}) = 7.52\%$ ⑤ $P_{A\&B} = 853.125/11,375 = 7.5\%, V_{A\&B} = 340 + 2,925 - 7.5\% \times 12,493 = 2,328$.
⑥ $\Delta P_{A\&B} = (2,328 - 1,700)/(468\ddot{a}_{\overline{10|}}) = 14.65\%$.
⑦ $\Delta P_{A\&B} = (2,328 - 1,700)/(468\ddot{a}_{\overline{n|}}) \geq 9.98\% \Leftrightarrow 13.446 \geq \ddot{a}_{\overline{n|}}$ より 15 年.

問題 17-20. 公式解答のとおり.

以上